

竖直通道内流动沸腾气泡脱离行为的数据驱动分析

徐志昊, 李良星, 张拯政

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了研究过冷沸腾过程中气泡的脱离特性, 基于统计学分析方法, 利用公开发表的实验数据和经验关联式构建驱动分析数据库, 运用有限混合模型和标准方差分解方法对竖直过热壁面上流动沸腾气泡脱离直径的影响因素进行数据驱动分析研究。将描述流动沸腾的量纲一参数组作为模型的输入变量, 气泡脱离直径作为输出变量, 采用 Kullback-Leibler 散度和 χ^2 距离对于输入变量的敏感性程度顺序分别进行评估。初步的数据驱动分析结果表明: 雷诺数和气液密度比对气泡脱离直径的影响最为显著, 与传统方法取得的结果具有一致性, 证明了数据驱动方法在分析物理问题上的可行性; 在现有数据库的基础上, 有限混合模型比标准方差分解方法更具一般性, 可以直接基于数据库进行应用。

关键词: 流动沸腾; 气泡脱离直径; 数据驱动分析; 有限混合模型

中图分类号: V211.1+7 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202011021 **文章编号:** 0253-987X(2020)11-0175-10



OSID 码

Data Driven Analysis for Departure Behavior Characteristics of Flow Boiling Bubbles in the Vertical Channel

XU Zhihao, LI Liangxing, ZHANG Zhengzheng

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To reveal the bubble detachment behaviors during subcooled boiling process, a data driven statistical analysis method according to the finite mixing model (FMM) and the standard variance decomposition (Sobol model) is employed to investigate the influence factors of bubble departure diameter on superheated wall surface in vertical flow boiling. The data driven database is constructed and modified based on the experimental data and empirical correlations collected from literature. The dimensionless parameters describing flow boiling are chosen as the input variables of this model, and bubble departure diameter as the output variable. Kullback-Leibler divergence and χ^2 distance are adopted for determining the importance degree order of input variables. The preliminary results of sensitivity analysis show that the effects of Reynolds number and vapour-liquid density ratio on bubble departure diameter are the most significant among these inputs. The results coincide well with those obtained by the traditional methods, which indicates the feasibility of the data-driven method in analyzing engineering problems. In addition, FMM is more general than Sobol model based on the present database, and can be applied directly based on these data.

Keywords: flow boiling; bubble departure diameter; data driven analysis; finite mixture model

收稿日期: 2020-05-15。 作者简介: 徐志昊(1998—),男,本科生;李良星(通信作者),男,副教授。 基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(xjj2017111)。

网络出版时间: 2020-07-15

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200723.1057.002.html>

随着科学技术的进步和发展,工业设备和电子设备的集成度越来越高。为了设备的稳定高效运行,热管理和强化换热理论研究受到了学者的重视,拥有良好换热性能的换热器也成为了业内研究和设计的重点。沸腾传热长期以来被看作是强化传热的重要途径,基于管道内冷却剂流动沸腾的换热器也得到了长足的发展和广泛的应用。在流动沸腾中,壁面上气泡的产生和运动起到了破坏热边界层和速度边界层的作用,因此其对于流动和传热机理的研究十分重要^[1]。

通过对壁面上的气泡行为进行广泛的分析研究发现,气泡的尺寸是影响热流密度的重要因素^[2],气泡脱离直径是研究人员研究的重点之一。传统研究气泡脱离直径的方法主要分为3类:能量平衡法、力平衡法和经验关联式法^[3]。Raj等利用能量平衡法,考虑了气泡顶端的再液化现象,建立了较为完善的气泡生长模型^[4];Klausner等利用力平衡方法,全面分析了R113冷却剂流动沸腾中气泡的行为^[5]。大量研究工作提出的经验关联式也在各自的适用范围内较为准确地描述了气泡脱离直径。

许多研究工作对于影响气泡脱离直径的因素进行了评估。Zhou等的研究结果显示,在水平流动沸腾中,气泡脱离直径和壁面过热度呈正相关关系,和流场压力、流速和液体过冷度呈负相关关系^[2];Ren等研究了垂直管道中的流动沸腾,认为压力对于气泡脱离直径的影响十分有限^[1];Du等研究了量纲一参数(密度比、普朗特数、Jacob数和气泡雷诺数)对于气泡脱离直径的影响^[6]。然而,现有的结果仅讨论了不同影响因素对于气泡脱离直径的正负相关性,其对于输出变量的影响度排序仍然难以衡量,给研究人员建立定量的物理模型以及进行相关的分析带来了巨大的困难。因此,对于沸腾以及沸腾所引起的一系列效应,研究人员依然无法提出可靠的模型来进行全面理解^[7-8]。

由于沸腾过程中气泡行为的非线性特性以及气泡生长脱离过程的剧烈不稳定性,导致气泡行为的特性难以准确测量及预测,已有的基于理论和实验研究总结出的公式的普适性往往容易受到研究人员的质疑。

近年来,数据科学和计算机科学迅速发展,数据驱动的研究方法已经在解决工程领域问题中得到了有效应用。敏感性分析是一种广泛应用的统计学方法,能够衡量模型的输出变量对于若干输入变量的敏感性。基于收集整理的大量实验数据,通过统计

学分析方法,可以对模型中不同变量的重要程度进行排序,进而为传统研究提供新的理解和认识。

敏感性分析主要分为3种:局部敏感性分析,区域敏感性分析和全局敏感性分析^[9]。局部敏感性分析考察模型的输出变量相对于输入变量在局部不动点的不确定性,如直接求导法和格林函数法^[10];区域型敏感性分析被用来计算输出变量对特定范围的输入变量分布的敏感性,如蒙特卡罗滤波(MCF)方法^[11];全局敏感性分析方法量化了输入变量在整个输入变量空间内对输出变量不确定度的贡献。因此,对于工程中常常涉及到的非线性问题,全局敏感性分析无疑是最优的选择。有限混合模型(FMM)是一种被广泛接受的全局敏感性分析方法,基于FMM的敏感性分析已被应用于核工程^[12]、电气工程^[13]、海洋工程^[14]等领域。

本文采用FMM作为敏感性分析的基础,利用文献调研收集实验数据,构建数据库,对竖直管道壁面上的气泡脱离直径进行研究,得到自变量对于气泡脱离直径这一因变量的影响度排序。

1 数据库的建立

敏感性分析作为一种数据驱动的统计学分析方法,需要大量的相关实验数据作为分析的基础。此外,数据的有效性同样与敏感性分析的结果密切相关。因此,建立高质量的数据库是进行敏感性分析的先决条件。现有的许多研究提供了丰富且准确的有关气泡脱离直径的实验数据,本文考虑通过文献调研收集整理国内外研究人员在气泡脱离行为领域所公布的实验数据,并以其为基础,进行创新地敏感性分析。

1.1 数据库的文献调研

通过文献调研,收集了400余组气泡脱离直径的实验数据。这些数据均在竖直向上流动沸腾的实验工况下记录,并且通过多次测量得到,满足统计学要求。流动工质均为去离子水。经过筛选,整理出326组记录较为完整的数据,用于构建敏感性分析所需的数据库,如表1所示。这些数据来自于Ahmadi等^[15]、Ren等^[1]、Brooks等^[3,16]、Yuan等^[17]、Sugrue等^[18]、管鹏等^[19-20]、柴银萍等^[21]、Basu等^[22]等的研究。数据库涵盖了不同压力范围、不同壁面温度以及不同液体过冷度下记录的数据。Brooks等和Sugrue等的数据组并未给出明确的壁面过热度。Du等的研究表明,利用Gungor等提出的公式^[23]计算的壁面温度更加准确^[6]。Ren等的数据组

表 1 气泡脱离直径数据库

数据来源	工质	表面材料	几何形状	水力直径/mm	接触角/(°)
Ahmadi 等 ^[15]	水	不锈钢	矩形	13.3	18
Ren 等 ^[1]	水	不锈钢	矩形	3.8	57
Brooks 等 ^[3,16]	水	不锈钢	环形	19	57
Yuan 等 ^[17]	水	不锈钢	矩形	3.85	57
Sugrue 等 ^[18]	水	不锈钢	矩形	16.7	49.5
管鹏等 ^[19-20]	水	不锈钢铜	环形,矩形	1.0,1.5,1.3,20.5	54,29
柴银萍等 ^[21]	水	黄铜	矩形	3.84	31
Basu 等 ^[22]	水	铜	正方形	41.3	28.3~31.3

数据来源	实验压力/ kPa	壁面热流/ (kW·m ⁻²)	质量流量/ (kg·m ⁻² ·s ⁻¹)	过冷度/ ℃	气泡脱离直径范围/ mm
Ahmadi 等 ^[15]	96~829	81~611	169~1 170	4.0~29.7	0.02~0.28
Ren 等 ^[1]	200~600	100~700	300~1 700	20~50	0.002~0.78
Brooks 等 ^[3,16]	150~453	100~492	229~986	5~40	0.046~0.34
Yuan 等 ^[17]	121~1 040	71~334	76~603	20~36	0.14~1.82
Sugrue 等 ^[18]	101~505	50~100	250~400	10~20	0.23~0.39
管鹏等 ^[19-20]	101.3	69.4~161.7	87.3~450	8.2~10.5	0.23~1.85
柴银萍等 ^[21]	101.3	17.6	55.7~167.7	2.6~11.9	0.15~0.81
Basu 等 ^[22]	103	200~417	340~348	7.7~46.5	0.25~1.02

未给出接触角的数据,采用 Yuan 等相近工况实验的数据^[17]进行合理化猜测得到。

1.2 经验关联式

通过文献调研,收集了若干描述竖直管道流动沸腾中气泡脱离直径的经验关联式。Basu 等^[24-25]、Kocamustafaogullari 等^[26]、Ren 等^[1]、Fritz 等^[27]、Prodanovic 等^[28]、Brooks 等^[3]、Du 等^[6]的经验关联式分别为

$$D_d = 1.3(\sin^{0.4}\theta)l_c[0.13\exp(-1.75\times10^{-4}Re) + 0.005]J_p^{0.45}\exp(-0.0065J_b)$$
 (1)

$$D_d = 0.0012\left(\frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v}\right)^{0.9}(0.0208\theta l_c)$$
 (2)

$$D_d = 0.34J_p^{1.4}\exp(-0.114J_b)Re^{-0.36}l_c$$
 (3)

$$D_d = 0.0208\theta l_c$$
 (4)

$$D_d = 236.749\frac{\rho_l\alpha_l^2}{\sigma}J^{-0.581}\left(\frac{T_w - T_b}{T_w - T_{sat}}\right)^{-0.8843}\rho^{*-1.772}B^{0.138}$$
 (5)

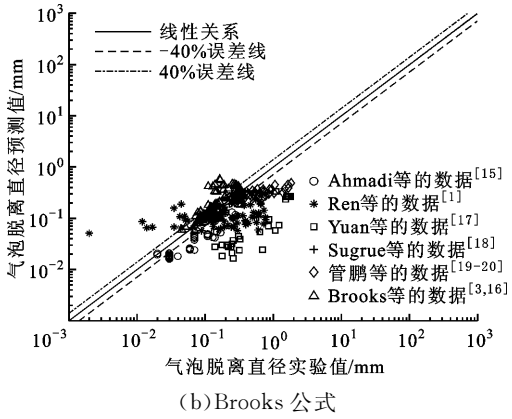
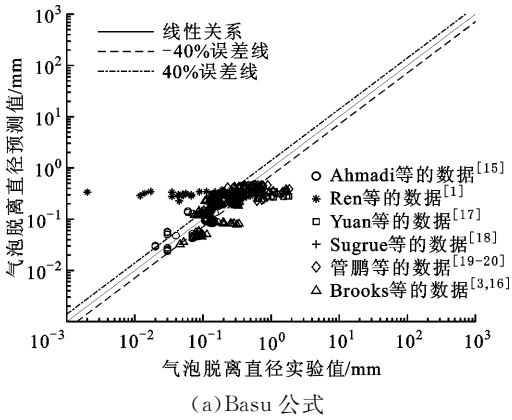
$$D_d = Cl_c\left(\frac{T_w - T_f}{T_w - T_{sat}}J_p\right)^{-0.49}\rho^{*-0.78}B^{0.44}Pr^{1.72}$$
 (6)

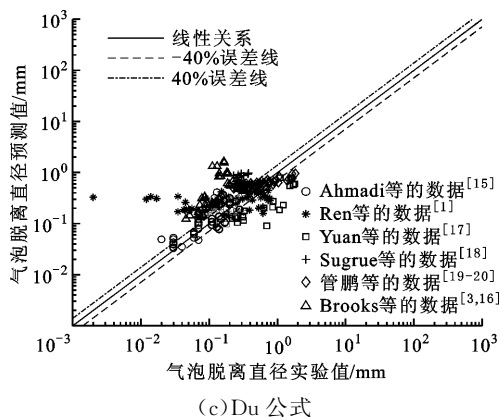
$$D_d = 10^{-0.433}\rho^{*-0.018}J^{0.261}Pr^{3.381}Re_b^{-0.323}l_c$$
 (7)

式中: θ 为接触角; l_c 为特征长度; J_p 为过热 Jacob 数; J_b 为过冷 Jacob 数; ρ_l 为液体密度; ρ_v 为气体密度; Re 为雷诺数; B 为两相区换热系数的沸腾数; ρ^*

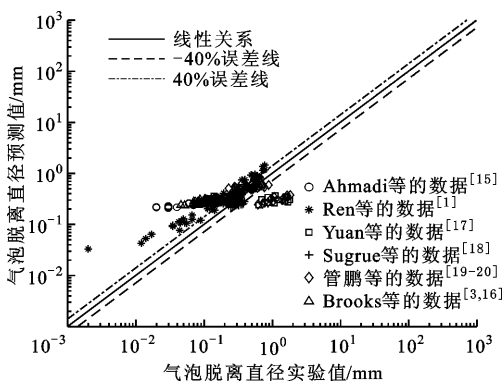
为量纲一密度; C 为常数; Re_b 为气泡雷诺数。

图 1 是 Basu 公式(式(1))、Brooks 公式(式





(c) Du 公式



(d) Ren 公式

图1 气泡脱离直径预测值与实验值的对比

(6))、Du 公式(式(7))以及 Ren 公式(式(3))4 个经典经验关联式对于气泡脱离直径的预测值和收集到的对应工况下的实验值的对比,采用对数-对数坐标轴以便更加清晰地识别小尺度下的细微区别。可以看出:Brooks 公式和 Ren 公式均低估了气泡脱离直径,与实验数据存在显著差异;Du 公式的气泡脱离直径预测值大量落在误差线外,无法较好地预测实验数据;Basu 公式虽然对于来自于 Ren 等^[1]的数据预测存在较大偏差,但大部分数据的预测效果较好。

利用相关系数 R 衡量 4 个公式的预测结果,Du 公式预测数据的 $R=0.3361$,Brooks 公式预测数据的 $R=0.2011$,Ren 公式预测数据的 $R=0.4231$,Basu 公式预测数据的 $R=0.6190$,预测效果最优。因此,可以根据现有的数据库对 Basu 公式进行修正,利用修正后的 Basu 公式生成模拟数据并进行基于方差分解的敏感性分析,即 Sobol 分析。对于输入变量,根据搜集到的数据分布的一般规律,生成均值方差均与原数据相同的正态分布数据;对于输出变量(气泡脱离直径),利用生成的具有与实验数据具有相似统计特征的物理量和选择的模拟公式计算生成。

1.3 Basu 公式及修正 Basu 公式

Basu 公式(式(1))中的 l_c 、 J_p 、 J_b 、 Re 分别为

$$l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \quad (8)$$

$$J_p = \frac{\rho_l C_{pl} \Delta T_{wall}}{\rho_v h_{fg}} \quad (9)$$

$$J_b = \frac{\rho_l C_{pl} \Delta T_{inlet}}{\rho_v h_{fg}} \quad (10)$$

$$Re = \frac{G_f D_{channel}}{\mu_l} \quad (11)$$

式中: σ 表示表面张力系数; g 表示重力加速度; ΔT_{wall} 表示壁面过热度; h_{fg} 表示汽化潜热; ΔT_{inlet} 表示液体过冷度; $D_{channel}$ 表示管道水力直径; μ_l 表示液体黏度系数。

为了获得更好的预测结果,提高 Basu 公式与数据库的匹配度,利用 1stOpt 软件基于数据库进行多元非线性拟合,对 Basu 公式进行修正,结果为

$$D_d = 1.039(\sin^{0.4} \theta) l_c [0.13 \exp(-2.93 \times 10^{-5} Re) + 0.005] J_p^{0.175} \exp(-0.004 3 J_b) \quad (12)$$

图 2 给出了修正 Basu 公式的气泡脱离直径预测值与实验值对比,可以看出,大部分数据点落在误差线内,修正 Basu 公式有效且合理。

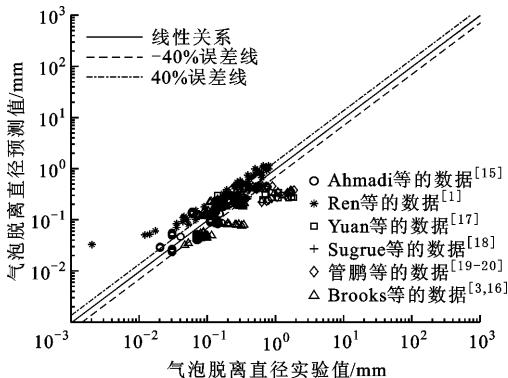


图2 修正 Basu 公式的气泡脱离直径预测值与实验值的对比

通过修正 Basu 公式,结合服从正态分布的管道水力直径 $D_{channel}$ 、质量流量 G_f 、液体过冷度 ΔT_{inlet} 、壁面过热度 ΔT_{wall} 、实验压力 p 和壁面热流 q ,生成了气泡脱离直径的模拟数据,完善了数据库。

2 敏感性分析

敏感性分析是在给定的一组假设下,研究模型自变量的不同值如何影响特定的因变量的统计学方法。换言之,敏感性分析研究的是数学模型中各种不确定因素对模型总体不确定度的影响。基于大量

有效的实验数据,敏感性分析可以回避理论研究中的分歧,得到可靠的分析结果。利用敏感性分析的结果对传统的理论分析进行指导和对比,已经成为当下解决工程领域问题的有效途径。

2.1 有限混合模型

FMM 是一种利用子概率分布密度函数线性组合模拟全概率密度分布函数的统计学方法,最初由 Karl Pearson 等人提出。FMM 采用两个子高斯分布拟合观测数据的概率密度分布(高斯混合模型),并用矩估计方法估计该模型的参数。极大似然估计(EM)算法的提出给出了 FMM 的不完全数据结构,极大降低了 FMM 的运用难度。

对于任意一个函数关系式

$$y = m(x_1, x_2, \dots, x_l, \dots, x_D) \quad (13)$$

输出变量 y 的概率密度分布函数 $f(y)$ 可以分解为 k 个子概率密度分布函数的线性组合,即

$$f(y) = \sum_{k=1}^K \pi_k f_k(y|\theta_k) \quad (14)$$

式中: $f_k(y|\theta_k)$ 为第 k 个概率密度分布函数, θ_k 为第 k 个子分布的参数集; π_k 为第 k 个子分布的混合概率(线性加权系数),符合归一化原则,即

$$\sum_k \pi_k = 1, \quad \pi_k \geq 0 \quad (15)$$

本文研究的气泡脱离直径的分布为正态分布,因此采用高斯混合模型,即子分布函数均为高斯分布

$$f_k(y|\theta_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left(-\frac{(y-\mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (16)$$

式中 θ_k 服从均值为 μ_k 、标准差为 σ_k 的高斯分布,记为 $\theta_k \sim N(\mu_k, \sigma_k)$ 。

EM 算法被视为求解 FMM 的有效途径^[12],可以得到 FMM 中参数的最大似然估计。一旦 FMM 的参数确定,模型的输出变量可以被划分归为 k 个簇,进而模型的输入变量可以依照不同的概率归入这 k 个簇中。

在应用 FMM 进行敏感性分析时,假设输入变量是相互独立的。令第 n 组输入变量 $X_n = \{x_{nl} | l = 1, \dots, D\}$ 属于第 k 个簇的概率为 p_{nk} , 则

$$p_{nk} = \frac{\pi_k f_k(y_n|\theta_k)}{f(y_n)} = \frac{\pi_k f_k(y_n|\theta_k)}{\sum_{k=1}^K \pi_k f_k(y_n|\theta_k)} \quad (17)$$

式中 y_n 为第 n 个输出变量,且 $n \in \{1, \dots, N\}$, $k \in \{1, \dots, K\}$ 。

作为全局敏感性分析,输入变量同样可以利用 FMM 进行分解。根据 p_{nk} , 第 l 个输入变量属于第 k 个簇的概率分布函数为

$$f_{lk}(x_{nl}) = \frac{p_{nk}}{\sum_{n=1}^N p_{nk}} \quad (18)$$

如果输入变量的概率密度函数 $f_{lk}(x_l)$ 遵循第 l 个输入变量的一般概率密度分布 $q_l(x_l)$, 则意味着 x_l 的分布独立于 k 个簇。换言之,模型的输出变量对第 l 个输入变量不敏感,该输入变量对于输出变量的影响微乎其微。

图 3 是 FMM 示例,输出变量 y 对应于两个输入变量 x_1 和 x_2 , 且 y 可以分解为两个子分布 f_1 和 f_2 。对于 x_1 和 x_2 这两个输入变量,每一个输入变量都有两个对应于 f_1 和 f_2 的子分布。明显地, x_1 的两个子分布差异较大,而 x_2 的两个子分布几乎相同(均遵循一般概率密度分布 $q_2(x_2)$)。 x_1 对输出变量 y 有很大的影响,而 x_2 的贡献显然要小得多。

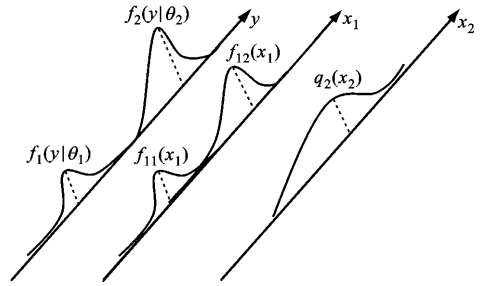


图 3 FMM 示例

2.2 基于方差分解的敏感性分析模型

Sobol 分析是一种以方差分解为基础的敏感性分析模型,核心是把模型或系统输出变量的方差归因于不同输入变量。Sobol 分析通过计算,得到每个输入变量对于输出变量方差的贡献度,进而确定输入变量之间的相对重要程度。蒙特卡罗方法被认为是解决全局 Sobol 敏感性分析的有效手段^[29]。

Sobol 分析在度量输入变量敏感性的时候常用两种不同的指标:一阶效应指标和总效应指标。一阶效应指标衡量了各输入变量对输出方差的单独影响,而总效应指标不仅衡量了各输入变量的单独影响,还考虑了输入变量对于输出方差的协同影响。因此,本文利用总效应指标来作为敏感性分析的结果,总效应指标依据蒙特卡罗方法可定义为

$$S_{Ti} = \frac{\sum_{n=1}^{N'} (f(\mathbf{A}_n) - f(\mathbf{A}_{B,n}^l))^2 / 2N'}{\sigma_y^2} \quad (19)$$

式中: S_{Ti} 为第 i 个输入变量的总效应指标; N' 为数据点的数量; $\mathbf{A}_n$ 和 $\mathbf{A}_{B,n}^l$ 分别为矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{A}_B^l$ 的第 n 行, $\mathbf{A}_B^l$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 l 列被矩阵 $\mathbf{B}$ 中的第 l 列替换, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 均为 $N' \times D$ 的矩阵,由 Sobol 序列生成,

D 为输入变量数; σ_y^2 为输出变量 y 的方差。

2.3 非对称度量指标

根据 2.1 节的分析,利用 FMM 进行敏感性分析时,输入变量分解后的子分布之间的差异反映了该输入变量的敏感性。当某输入变量的子分布差异较大时,其对于输出变量的影响是显著的,而当其子分布相差无几甚至遵循一般分布 $q_l(x_l)$ 时,其对于输出变量的影响较小。为了度量输入变量子分布的这种差异,采用两种不同的非对称度量指标。

2.3.1 Kullback-Leibler 散度 Kullback-Leibler 散度又称信息熵,是信息论中经典的非对称度量指标,常用于衡量某分布相对于一般分布的信息缺失。衡量敏感性分析中输入变量子分布的差异,这种考察信息缺失的思想仍然是适用的。因此,第 l 个输入变量隶属于第 k 个簇的子分布 $f_{lk}(x_l)$ 与一般分布 $q_l(x_l)$ 的 KL 散度为

$$S_{\text{KL},lk}(f_{lk}(x_l), q_l(x_l)) = \sum_{x_l} f_{lk}(x_l) \lg \frac{f_{lk}(x_l)}{q_l(x_l)} \quad (20)$$

第 l 个输入变量的 KL 散度为

$$S_{\text{KL},l} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K S_{\text{KL},lk}(f_{lk}(x_l), q_l(x_l)) \quad (21)$$

输入变量的 KL 散度越大,则其子分布相较于一般分布 $q_l(x_l)$ 的差距就越大,该输入变量对于输出变量的影响越显著。

2.3.2 χ^2 距离 χ^2 距离的概念来自于 Karl Pearson 的 χ^2 检验,可用于衡量两个概率密度分布函数之间的差异。 χ^2 距离的定义为

$$\chi_{lk}^2(f_{lk}(x_l), q_l(x_l)) = \sum_{x_l} \frac{(f_{lk}(x_l) - q_l(x_l))^2}{q_l(x_l)} \quad (22)$$

因此,第 l 个输入变量的 χ^2 距离为

$$\chi_l^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \chi_{lk}^2(f_{lk}(x_l), q_l(x_l)) \quad (23)$$

χ^2 距离越大,则 x_l 对于输出变量的影响越显著。

3 结果分析与讨论

3.1 输入变量与输出变量的选取

为了通过数据驱动方法得到更加有物理指导意义的结论,本文参考前人工作,采用 B 、 ρ^* 、 J_b 、 J_p 、 Re 、 Pr 这些量纲一参数作为模型的输入变量,分别用 $x_1 \sim x_6$ 代表。选择气泡脱离直径作为模型的输出变量。采用 Basu 公式对数据库进行扩充时,以包

含密度比的 Jacob 数作为输入。为了保证输入数据库的统一性与分析结果的合理性,在敏感性分析过程中统一采用 Basu 公式定义的 Jacob 数作为输入变量。量纲一参数的计算公式为

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{q}{Gh_{\text{fg}}}; \rho^* = \frac{\rho_v}{\rho_l}; J_b = \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{C_{\text{pl}} \Delta T_{\text{inlet}}}{h_{\text{fg}}} \\ J_p &= \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{C_{\text{pl}} \Delta T_{\text{wall}}}{h_{\text{fg}}}; Re = \frac{G_{\text{f}} D_{\text{channel}}}{\mu_l}; Pr = \frac{\mu_l C_{\text{pl}}}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

3.2 有限混合模型分析结果

1.1 小节指出,数据库中部分变量取值的显著聚集性会对分析结果造成较大的影响。为了尽可能降低这种影响,利用修正 Basu 公式生成模拟数据,并将其加入数据库对数据库进行优化。为了保证结果的准确性,生成的模拟数据需要与原有的实验数据保持相同的统计学特征,即保持相同的均值、方差。数据库中质量流量 G_{f} 、工作压力 p 和壁面热流 q 以及管道水力直径 D_{channel} 的取值呈现出较大的聚集性,其原因是实验人员往往在单次实验中会对这些变量取定值。

为了改善数据库存在的这种状况,首先生成 400 组服从正态分布的物理参数值,其均值和标准差如下: $D_{\text{channel}}/\text{mm} \sim N(11.06, 7.53)$, $G_{\text{f}}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}) \sim N(535.14, 354.76)$, $\Delta T_{\text{inlet}}/^\circ\text{C} \sim N(16.20, 8.04)$, $\Delta T_{\text{wall}}/^\circ\text{C} \sim N(11.70, 8.96)$, $p/\text{kPa} \sim N(263.62, 204.20)$, $q/(\text{kW} \cdot \text{m}^{-2}) \sim N(228.06, 159.35)$ 。生成的正态分布数组的均值和标准差与数据库中保持相同。之后结合修正 Basu 公式和生成的物理参数,得到 400 组气泡脱离直径作为模拟输出变量。将模拟输出变量和模拟物理参数加入数据库,有效地优化了数据库。

3.2.1 输出变量概率分布的分解 利用 EM 算法对气泡脱离直径的概率密度函数进行分解^[12],并采用赤池信息准则作为分解效果的评价指标。当子分布数 K 为 2、3、4 时,分解结果分别为 -629.3、-730.3、-683.9。 $K=3$ 时的分解效果要优于 $K=2$ 时的, $K=4$ 时出现了迭代发散的情况。因此,在当前数据库下,子分布数 $K=3$ 时达到最优,后续的分析基于 $K=3$ 进行。

$K=3$ 时分解的结果如图 4 所示。可以看出,数据库中气泡脱离直径的分布大体服从子分布 3 所代表的正态分布,但子分布 2 和子分布 1 代表了存在偏离均值较远的分布中心,这也印证了气泡脱离直径实验数据复杂且难以预测的特点。3 个正态子

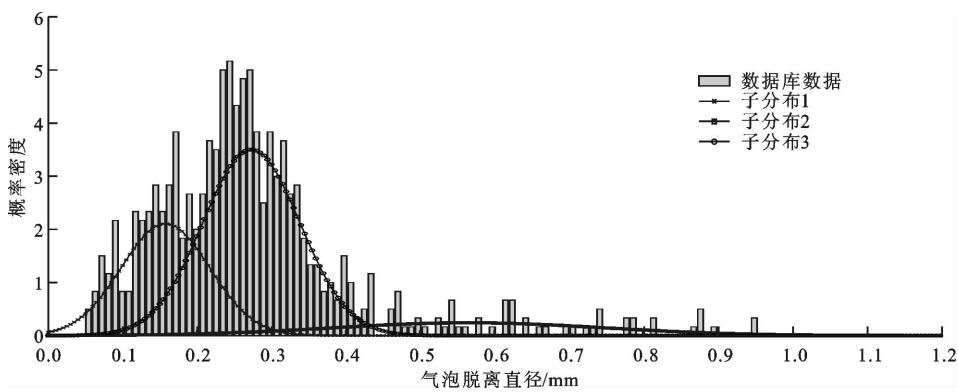


图 4 气泡脱离直径概率密度函数的分解

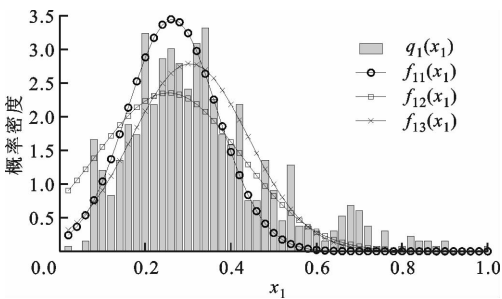
分布分别为 $f_1(y|\theta) \sim N(0.112\ 8, 0.001\ 3^{1/2})$ 、 $f_2(y|\theta) \sim N(0.569\ 4, 0.033\ 9^{1/2})$ 、 $f_3(y|\theta) \sim N(0.287\ 1, 0.006\ 4^{1/2})$, 加权系数分别为 0.134 3、0.108 5、0.757 2。

3.2.2 输入变量概率分布的分解 随着输出变量被分解为 3 个不同的簇,输入变量同样可以进行分解。为了更好地对比自变量之间的相对重要程度,对 6 个量纲一参数进行标准化,标准化后的参数均在 $[0,1]$ 范围内。图 5 展示了自变量的分解结果,可以看出:雷诺数 Re 和密度比 ρ^* 的 3 个子分布存在较大差异,意味着这两个参数对于气泡脱离直径存在十分显著的影响;过冷 Jacob 数、过热 Jacob 数、沸腾数和普朗特数的子分布同样存在一定差异。为了量化这种差异,采用 2.3 小节所述的非对称度量指标衡量输入变量的敏感性,结果如表 2 所示。

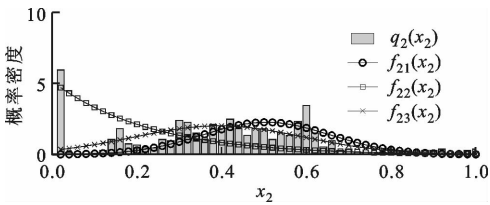
表 2 输入变量的敏感性指标

输入变量	KL 散度	χ^2 距离
B	0.105 2	0.125 6
ρ^*	0.209 0	0.222 0
J_b	0.141 6	0.129 5
J_p	0.121 2	0.122 7
Re	0.269 7	0.258 8
Pr	0.153 3	0.141 4

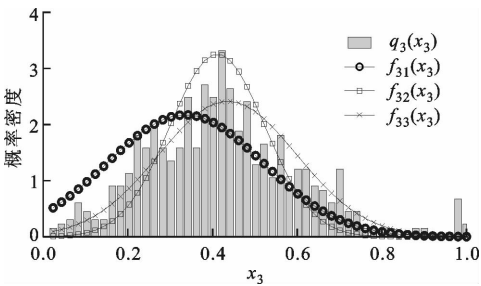
3.2.3 敏感性分析结果 由表 2 及图 5 可以看出:雷诺数 Re 和气液密度比 ρ^* 对于气泡脱离直径的影响最显著;普朗特数 Pr 的影响同样十分明显;过热 Jacob 数 J_p 与过冷 Jacob 数 J_b 的影响十分相近,但总体而言过冷 Jacob 数的影响更为显著;沸腾数 B 是 6 个量纲一参数中对于气泡脱离直径影响最小的。Raj 等的研究表明,流动中的力学特性对于流动沸腾中的气泡尺寸十分关键,在力平衡分析方法中,壁面上的气泡受到的拖曳力与流速、流动边界层



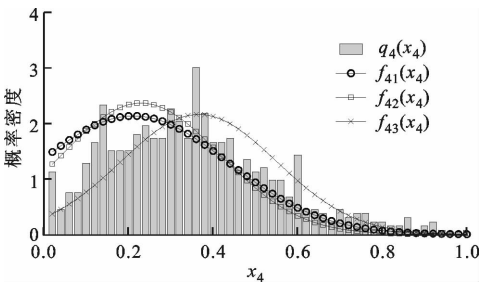
(a) B 分解结果



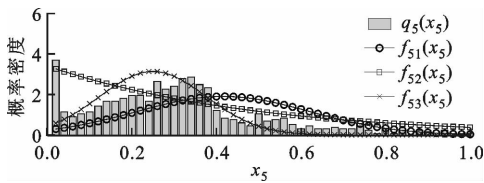
(b) ρ^* 分解结果



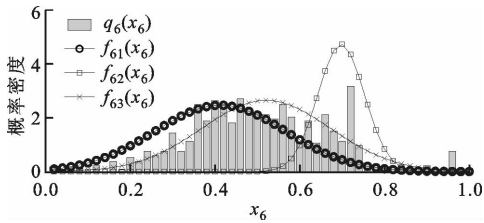
(c) J_b 分解结果



(d) J_p 分解结果



(e) Re 分解结果



(f) Pr 分解结果

图 5 自变量分解结果

厚度的相关性最为密切^[30],而拖曳力在气泡脱离行为成核点过程中起到了主要作用,因此雷诺数会对气泡脱离直径产生最为显著的影响。气液密度比决定了气泡受到的浮力,在竖直管道中,浮力平行于壁面,因此浮力也是气泡脱离成核点的关键因素之一。在水平管道中,浮力对于气泡脱离直径的影响或许会小于竖直管道中的,在此后的研究中可以利用敏感性分析进行验证。普朗特数表征了流动边界层和热边界层的关系,综合考虑了流动沸腾中流动和传热的情况。Raj 等利用能量平衡方法得到的结果表明:气泡生长过程中,能量的传递对于气泡周围液体的性质有着重要的影响^[4]。流动条件会改变对流强度,对于能量的传递同样十分重要,普朗特数对于气泡脱离直径的影响同时考虑了流动和传热条件,因此对于气泡脱离直径的影响同样较为显著。过冷 Jacob 数相较于过热 Jacob 数的影响较大,主要是由于过冷 Jacob 数主要反映了液体的温度,而液体温度同样决定了液体的热物理性质,诸如表面张力、比热容等,皆会对气泡的行为产生较大影响。这些研究结果与敏感性分析的结果相吻合。

计算的过程中加入了 400 组模拟数据对数据库进行了优化,尽管模拟数据与收集到的实验数据具有相同的统计学特征,但仍需要对模拟数据是否会影响敏感性分析的结果进行讨论。因此,改变模拟数据的数量 N_s ,重复 3.2 小节的分析过程来验证敏感性分析结果的合理性。图 6 展示了 N_s 分别为 0、100、200、400 时 6 个量纲一参数的敏感性排序结果。可以看出: N_s 虽然会对于不同输入变量分解后的 KL 散度产生影响,但总体而言 6 个输入变量的相对敏感性排序并未发生改变;当 $N_s=0$ 时, ρ^* 、

Re 、 Pr 的相对敏感性差别以及 B 和 J_p 的敏感性差别并不显著。加入模拟数据后,各个输入变量之间的相对敏感性排序更加明显和清晰。

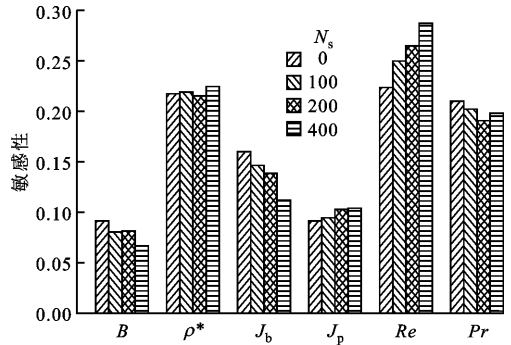


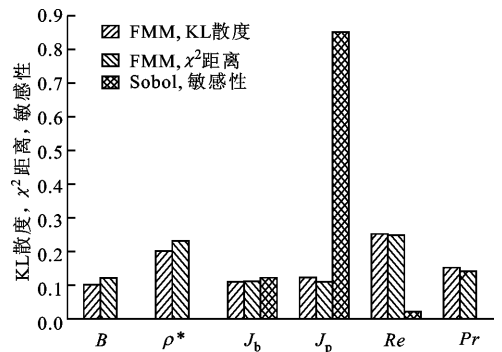
图 6 不同模拟数据数量下的敏感性分析结果

3.3 有限混合模型与 Sobol 分析结果的对比

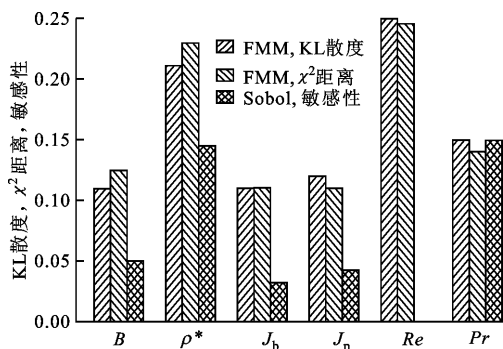
利用 Sobol 分析对于气泡脱离直径的影响因素进行研究,并将其结果与 FMM 的进行对比。Sobol 分析应用于敏感性分析需要基于一个确定的数学表达式。根据 1.3 小节,选用修正 Basu 公式进行分析,但由于修正 Basu 公式中仅包含雷诺数 Re 、过热 Jacob 数 J_p 、过冷 Jacob 数 J_b ,对于其他的量纲一数无法考察,所以考虑同时对 Brooks 等^[3]提出的经验关联式进行研究。

图 7 是利用 FMM 与 Sobol 分析对不同经验关联式的分析结果。可以看出:图 7a 中 Sobol 分析的结果揭示了过热 Jacob 数在影响气泡脱离直径时占据的绝对支配地位,而雷诺数以及过冷 Jacob 数的影响较小,与 FMM 的结果并不相同;图 7b 中 Sobol 分析的结果与 FMM 的十分吻合,即气液密度比对于气泡脱离直径的影响较为显著,普朗特数次之,沸腾数、过冷 Jacob 数以及过热 Jacob 数的影响相对其他几个参数较弱。

从小节可以得出:利用 Sobol 分析进行敏感性分析得到的结果受所基于的数学关系式的影响显著,不同的数学关系式会得到不同的结论,变量的敏



(a) Basu 公式分析结果



(b) Brooks 公式分析结果

图 7 利用 FMM 与 Sobol 分析对不同经验关联式的分析结果

感性取决于公式的形式;Sobol 分析的结果仅关注于数学关系式中所包含的变量;FMM 基于数据库进行计算,能够得到数据库中包含的所有输入变量的敏感性排序,使得敏感性分析更加全面和简便。

4 结 论

本文采用统计学的方法研究了工程问题,利用 FMM 和 Sobol 两种敏感性分析模型分析了气泡脱离直径的影响因素。采用 EM 算法对数据库中气泡脱离直径数据的概率分布函数进行分解,对选择的 6 个流动沸腾中关键的量纲一参数对于气泡脱离直径的重要性进行评估。敏感性分析结果如下。

(1)在对于气泡脱离行为的研究中,基于 FMM 的敏感性分析展现出较好的可靠性。相比于 Sobol 分析,FMM 的应用更加简洁、范围更广、结果更准,且 FMM 仅基于数据进行计算,不需要基于数学公式,回避了目前关于气泡动力学理论尚未完全统一的问题。

(2)对竖直流动沸腾中管壁气泡脱离行为进行的敏感性分析结果表明:在选择的 6 个量纲一参数中,雷诺数 Re 对于气泡脱离直径的影响最为显著,证明了竖直流动沸腾中气泡脱离直径对于流动工况十分敏感;气液密度比 ρ^* 和普朗特数 Pr 对于气泡脱离直径同样具有重要的作用,且气液密度比 ρ^* 对于输出的重要性要略大于普朗特数 Pr 的;过冷 Jacob 数 J_b 和过热 Jacob 数 J_p 对于气泡脱离直径的影响较为接近,且相较于雷诺数、普朗特数和气液密度的影响较小,但仍比沸腾数 B 的影响显著。

在本文研究中,FMM 与 Sobol 分析的结果存在小范围的分歧,这是因为 Sobol 分析的结果与数学公式的选择紧密相关。总体而言,FMM 得到的结果符合目前通过理论研究得到的结论,且 FMM

相比于 Sobol 具有应用范围广、过程简洁、完全基于实验数据等优点,是一种行之有效的敏感性分析方法,可以应用于工程领域问题的解决。后续的研究可以进一步收集相关数据进行敏感性分析,并且将敏感性分析的结果结合物理理论研究进行分析验证,得到更为广泛的结论。

参考文献:

- [1] REN Tingting, ZHU Zhiqiang, YAN Meiyue, et al. Experimental study on bubble nucleation and departure for subcooled flow boiling in a narrow rectangular channel [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 144: 118670.
- [2] ZHOU Pei, HUANG Ronghua, HUANG Sheng, et al. Experimental investigation on bubble contact diameter and bubble departure diameter in horizontal subcooled flow boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2020, 149: 119105.
- [3] BROOKS C S, HIBIKI T. Wall nucleation modeling in subcooled boiling flow [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015, 86: 183-196.
- [4] RAJ S, PATHAK M, KHAN M K. An analytical model for predicting growth rate and departure diameter of a bubble in subcooled flow boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017, 109: 470-481.
- [5] KLAUSNER J F, MEI R, BERNHARD D M, et al. Vapor bubble departure in forced convection boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1993, 36(3): 651-662.
- [6] DU Jingyu, ZHAO Chenru, BO Hanliang. Investigation of bubble departure diameter in horizontal and vertical subcooled flow boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2018, 127: 796-805.
- [7] ZHAO Xingang, SHIRVAN K, SALKO R K, et al. On the prediction of critical heat flux using a physics-informed machine learning-aided framework [J]. Applied Thermal Engineering, 2020, 164: 114540.
- [8] BRUDER M, BLOCH G, SATTELMAYER T. Critical heat flux in flow boiling: review of the current understanding and experimental approaches [J]. Heat Transfer Engineering, 2017, 38(3): 347-360.
- [9] SALTELLI A, TARANTOLA S, CAMPOLONGO F, et al. Sensitivity analysis in practice [M]. Chichester, UK: John Wiley & Sons Co., Ltd., 2002: 1-25.
- [10] CASTILLO E, CASTILLO C, HADI A S, et al. Some new methods for local sensitivity analysis in sta-

- tistics [M]// Statistics for Industry and Technology. Boston, MA, USA: Birkhäuser Boston Inc., 2006: 343-362.
- [11] YANG X M, WU Z. Regional sensitivity analysis of the M-E flexible pavement design using the Monte Carlo filtering method [C]// Proceeding of the 2013 Airfield & Highway Pavement Conference. Reston, VA, USA: American Society of Civil Engineers, 2013: 456-464.
- [12] DI MAIO F, NICOLA G, ZIO E, et al. Finite mixture models for sensitivity analysis of thermal hydraulic codes for passive safety systems analysis [J]. Nuclear Engineering and Design, 2015, 289: 144-154.
- [13] ZHOU Yang, SHI Zhixiong, SHI Zhengyu, et al. Disaggregating power consumption of commercial buildings based on the finite mixture model [J]. Applied Energy, 2019, 243: 35-46.
- [14] HUANG Weinan, DONG Sheng. Probability distribution of wave periods in combined sea states with finite mixture models [J]. Applied Ocean Research, 2019, 92: 101938.
- [15] AHMADI R, UENO T, OKAWA T. Bubble dynamics at boiling incipience in subcooled upward flow boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2012, 55(1/2/3): 488-497.
- [16] BROOKS C S, SILIN N, HIBIKI T, et al. Experimental investigation of wall nucleation characteristics in flow boiling [J]. Journal of Heat Transfer, 2015, 137(5): 051501.
- [17] YUAN Dewen, PAN Liangming, CHEN Deqi, et al. Bubble behavior of high subcooling flow boiling at different system pressure in vertical narrow channel [J]. Applied Thermal Engineering, 2011, 31(16): 3512-3520.
- [18] SUGRUE R, BUONGIORNO J, MCKRELL T. An experimental study of bubble departure diameter in subcooled flow boiling including the effects of orientation angle, subcooling, mass flux, heat flux, and pressure [J]. Nuclear Engineering and Design, 2014, 279: 182-188.
- [19] 管鹏. 流动沸腾中气泡行为的理论与实验研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2014: 17-32.
- [20] GUAN Peng, JIA Li, YIN Liaofei, et al. Bubble departure size in flow boiling [J]. Heat and Mass Transfer, 2015, 51(7): 921-930.
- [21] 柴银萍. 细小狭窄通道内流动沸腾传热实验研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2012: 20-59.
- [22] BASU N. Modeling and experiments for wall heat flux partitioning during subcooled flow boiling of water at low pressures [D]. Los Angeles, CA, USA: UCLA, 2003: 68-107.
- [23] GUNGOR K E, WINTERTON R H S. A general correlation for flow boiling in tubes and annuli [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1986, 29(3): 351-358.
- [24] BASU N, WARRIER G R, DHIR V K. Wall heat flux partitioning during subcooled flow boiling: part I Model development [J]. Journal of Heat Transfer, 2005, 127(2): 131-140.
- [25] BASU N, WARRIER G R, DHIR V K. Wall heat flux partitioning during subcooled flow boiling: part II Model validation [J]. Journal of Heat Transfer, 2005, 127(2): 141-148.
- [26] KOCAMUSTAFAOGULLARI G, ISHII M. Interfacial area and nucleation site density in boiling systems [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1983, 26(9): 1377-1387.
- [27] FRITZ W. The calculation of the maximum volume of steam bladders [J]. Physikalische Zeitschrift, 1935, 36: 379-384.
- [28] PRODANOVIC V, FRASER D, SALCUDEAN M. Bubble behavior in subcooled flow boiling of water at low pressures and low flow rates [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2002, 28(1): 1-19.
- [29] SOBOL I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2001, 55(1/2/3): 271-280.
- [30] RAJ S, PATHAK M, KALEEM KHAN M. An improved mechanistic model for predicting bubble characteristic size in subcooled flow boiling [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2020, 149: 119188.

(编辑 陶晴 亢列梅)